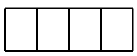
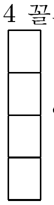
# 1993년 최종대표선발시험

# Final Round

## 제 1 일

1993. 4. 17.

1. 가로 세로 9칸씩으로 된 $9 \times 9 = 81$의 흰색으로 된 바둑판 꼴의 정사각형이 있다. 다음 성질을 만족시키는 최대의 자연수 $n$을 구하여라. 성질 : 81개의 작은 정사각형 중에서 $n$개를 어떠한 방법으로 골라서 검은 색으로 칠해도 부분적으로 항상 $1 \times 4$ 꼴의 흰색 직사각형이 존재한다. 단, 여기서 $1 \times 4$ 꼴이란  또는  인 모양을 뜻한다.

2. $BC = a, CA = b, AB = c$인 삼각형 $ABC$가 주어져 있다.

$$a \cdot AP^2 + b \cdot BP^2 + c \cdot CP^2$$

을 최소로 하는 점 $P$와 그 최소값을 구하여라.

3. $\frac{7x^{25}-10}{83}$이 정수가 되는 최소의 양의 정수 $x$를 구하여라.

# 제 2 일

1993. 4. 18.

4. $x, y, z$는 자연수이고, 직각을 낀 두 변의 길이가 각각 $x, y$이고 빗변의 길이가 $z$인 직각삼각형의 넓이를 피타고라스 수라 한다. $n > 12$인 모든 $n$과 $2n$ 사이에는 적어도 하나의 피타고라스 수가 존재함을 밝혀라.

5. 자연수 $n$이 주어져 있다. 모든 실수 $x$에 대하여 다음 조건을 만족시키는 모든 연속함수 $f(x)$를 구하여라.

$$\binom{n}{0} f(x) + \binom{n}{1} f(x^2) + \binom{n}{2} f(x^{2^2}) + \cdots + \binom{n}{n-1} f(x^{2^{n-1}}) + \binom{n}{n} f(x^{2^n}) = 0.$$

6. $BC = a, CA = b, AB = c$ 인 삼각형 $ABC$의 변 $BC$의 중점을 $D$, 각 $A$의 이등분선과 변 $BC$의 교점을 $E$라 한다. 세 점 $A, D, E$를 지나는 원이 변 $CA, AB$와 만나는 점을 각각 $F, G$라 하고 변 $AB$위에 $BG = GH$ 즉 $BH = 2BG$되게 점 $H$를 잡는다. 이 때 삼각형 $EBH$와 삼각형 $ABC$는 닮음꼴임을 증명하고 두 삼각형의 넓이의 비 $\frac{(\triangle EBH)}{(\triangle ABC)}$를 구하여라. 단 $(\triangle ABC)$는 삼각형 $ABC$의 넓이를 뜻한다.